CAS Lecture Notes Numer 7

Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej
Warszawa

Teresa Regińska

Metody numeryczne w zagadnieniach niestabilnych

prof. dr hab. Teresa Regińska
Instytut Matematyczny
Polska Akademia Nauk
Śniadeckich 8
00-956 Warszawa
E-mail: reginska@impan.pl

Korekta: **Henryka Walas**

Redaktor merytoryczny: **Stanisław Janeczko**

Skład redakcji: **Małgorzata Zielińska, Anna Żubrowska**

Projekt graficzny i skład okładki: **Emilia Bojańczyk / Podpunkt**

© Copyright by Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2013

Informacje o innych wydawnictwach tej serii dostępne pod adresem www.csz.pw.edu.pl

ISBN: 978-83-61993-10-0
Wydrukowano w Polsce

Spis treści

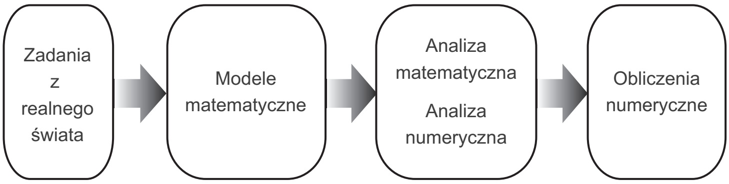
1. Wstęp

Co kryje się pod nazwą *metody numeryczne*. Jest to nazwa używana w dawnych polskich podręcznikach a obecnie zastępowana coraz częściej przez *analizę numeryczną* nazywaną czasem *matematyką obliczeń naukowych*. David Kincaid i Ward Cheney w swoim podręczniku *Analiza numeryczna* ([16]) tak opisują ten dział matematyki: *Analiza numeryczna obejmuje tworzenie, badanie i analizę algorytmów, których celem jest otrzymywanie rozwiązań numerycznych różnorodnych zadań matematycznych. Często analizę numeryczną nazywa się matematyką obliczeń naukowych.* Aby zastosować algorytm do obliczeń komputerowych, trzeba napisać program w języku zrozumiałym dla komputera. To wchodzi w zakres programowania, które pozostaje poza obrębem analizy numerycznej w ścisłym sensie tego terminu.

W tej książce nie będziemy zajmować się programowaniem, nie będziemy omawiać znanych algorytmów ani też nie będziemy zajmować się obliczeniami naukowymi, czyli rozwiązywaniem zadań matematycznych za pomocą komputerów. Będziemy natomiast zastanawiać się nad doborem znanych algorytmów i ich odpowiednim stosowaniem do pewnych zadań matematycznych kryjących w sobie pułapki obliczeniowe. Stosowanie metod numerycznych (algorytmów) jest po trosze sztuką i powinniśmy wiedzieć, na co należy zwracać uwagę przy wyborze metody (algorytmu), by nie popełnić istotnych błędów, by rozwiązanie numeryczne mówiło coś o rozwiązaniu, którego poszukujemy.

Za każdym ważnym zadaniem matematycznym stoją zwykle jakieś zastosowania, najczęściej fizyczne, chemiczne, logiczne itp. Zadania z realnego świata opisywane są za pomocą modeli matematycznych, które z kolei podlegają analizie matematycznej oraz analizie numerycznej, jeśli istnieje potrzeba rozwiązań numerycznych (rys. 1.1).

Książka powstała jako skrypt do wykładów prowadzonych w ramach Uczelnianej Oferty Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej. Wykłady adresowane są do doktorantów i studentów wyższych lat zainteresowanych obliczeniami naukowymi, wymagają od słuchaczy znajomości analizy matematycznej, algebry liniowej, podstaw równań różniczkowych i podstaw metod numerycznych w zakresie programu studiów politechnicznych.



Rysunek 1.1

Skrypt ma na celu zapoznanie czytelnika ze specyfiką przybliżonego (numerycznego) rozwiązywania zadań niestabilnych. Omówione będą sposoby numerycznego rozwiązywania zagadnień bardzo wrażliwych na błędy danych, tzn. zagadnień niestabilnych, a w szczególności zagadnień, które dla lekko zaburzonych danych mogą w ogóle nie mieć rozwiązań. Są to tzw. zagadnienia źle postawione. Wykład oparty będzie na kilku prostych modelach matematycznych opisujących pewne zagadnienia odwrotne związane między innymi z ciepłoprzewodnictwem, tomografią komputerową, polem elektromagnetycznym. Zagadnienia takie prowadzą z reguły do zadań źle postawionych. Będzie pokazane, jak należy stosować algorytmy numeryczne do przybliżonego rozwiązywania równań występujących w tych modelach, aby wyniki obliczeń opartych na przybliżonych danych pomiarowych były akceptowalnym przybliżeniem rekonstruowanych rozwiązań. Wykład ma na celu uczulenie słuchaczy na niebezpieczeństwo otrzymania błędnych wyników, do których może doprowadzić bezkrytyczne stosowanie znanych, podręcznikowych metod numerycznych, i jedocześnie pokazać, że można rozwiązywać numerycznie w sposób stabilny również zagadnienia niestabilne.