

Władysław Homenda

**Algorytmy,
złożoność obliczeniowa,
granice obliczalności**

Władysław Homenda

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych

Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1

00-664 Warszawa

www.mini.pw.edu.pl/~homenda

Redaktor merytoryczny: **Stanisław Janeczko**

Skład redakcji: **Dorota Przyborowska, Małgorzata Zielińska,
Anna Żubrowska**

Projekt graficzny i skład okładki: **Emilia Bojańczyk**

© Copyright by Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej,
Warszawa 2009

Informacje o innych wydawnictwach tej serii dostępne pod adresem www.csz.pw.edu.pl

ISBN: 987-83-61993-00-1 Wydrukowano w Polsce

Spis treści

Symbole i oznaczenia	VII
Przedmowa.....	IX

Część I. Pojęcia podstawowe

1. Problem, algorytm, złożoność obliczeniowa.....	3
1.1. Obserwacje	3
1.2. Problem.....	6
1.3. Algorytm	8
1.4. Złożoność obliczeniowa	10
2. Struktury danych	24
2.1. Dane skalarne	24
2.2. Tablice	28
2.3. Listy	29
2.4. Kolejki	31
2.5. Stosy	31
2.6. Drzewa	32
2.7. Kopce	32
2.8. Kolejki priorytetowe.....	35
3. Metody rozwiązywania problemów	38
3.1. Rekurencja.....	38
3.2. Dziel i zwyciężaj	41
3.3. Programowanie dynamiczne.....	46

Część II. Problemy i algorytmy

4. Sortowanie	51
4.1. Sortowania za pomocą porównań.....	52
4.2. Sortowania specjalne	56
5. Wyszukiwanie.....	59
5.1. Wyszukiwanie binarne i interpolacyjne	59
5.2. Drzewa wyszukiwania	61
5.3. Mieszanie	69

5.4. Wyszukiwanie wzorca w tekście	76
6. Algorytmy grafowe	83
6.1. Reprezentacja grafów	83
6.2. Przeszukiwanie grafów.....	85
6.3. Najkrótsze drogi	89
6.4. Przepływy w sieciach	95

Część III. Granice obliczalności

7. Nierozstrzygalność.....	101
7.1. Obserwacje	101
7.2. Modele obliczeń.....	105
7.3. Maszyny RAM	106
7.4. Reprezentacja algorytmów	112
7.5. Funkcje częściowo obliczalne	113
7.6. Funkcje nie obliczalne	122
7.7. Problemy decyzyjne	125
8. Niedeterminizm.....	127
8.1. Obserwacje	127
8.2. Problemy decyzyjne rozstrzygalne.....	130
8.3. Klasa \mathcal{NP} problemów \mathcal{NP} -zupełnych.....	133
8.4. Problem $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$?	138
Literatura.....	139

Przedmowa

Niniejsza książka powstała na podstawie wykładu *Algorytmy, złożoność obliczeniowa, granice obliczalności* prowadzonego w ramach Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej. Celem wykładu jest przedstawienie możliwości obliczeniowych współczesnego sprzętu komputerowego z perspektywy praktycznej i teoretycznej. Przygotowanie słuchaczy, w większości studentów studiów doktoranckich różnych wydziałów uczelni, jest niejednolite. Absolwenci kierunków informatycznych prezentują bardzo dobre przygotowanie z zakresu podstaw informatyki, natomiast wiedza informatyczna absolwentów kierunków nieinformatycznych jest znacząco skromniejsza. Dlatego na wykładzie są prezentowane podstawy informatyki z dziedziny struktur danych i algorytmów, jak też zaawansowane zagadnienia teorii obliczeń i złożoności. Prezentowane pojęcia podstawowe mają na celu umożliwienie zrozumienia zagadnień zaawansowanych słuchaczom bez przygotowania informatycznego. Przy prezentacji zagadnień podstawowych zakłada się jedynie przygotowanie z matematyki i podstaw programowania w zakresie programu pierwszych semestrów studiów technicznych.

Książka składa się z trzech części. Nie pretenduje do szczegółowego przedstawienia poruszanych zagadnień. Zawiera prezentację wybranych podstawowych pojęć informatyki. Może stanowić wprowadzenie do systematycznych studiów prezentowanych pojęć.

Część pierwsza wprowadza podstawowe pojęcia informatyki: pojęcie problemu, algorytmu, struktur danych, złożoności obliczeniowej, podstawowych metod projektowania algorytmów. Ta część jest przeznaczona dla słuchaczy bez przygotowania informatycznego, ale może też stanowić repetytorium wymienionych pojęć dla słuchaczy znających podstawy informatyki. Podstawowe pojęcia informatyki są wprowadzane w sposób intuicyjny oraz są ilustrowane przykładami prostych problemów i algorytmów. Definicje formalne wprowadzanych pojęć są naturalną konsekwencją dyskusji prezentowanych przykładów. Zagadnieniom tym poświęcono dużą część książki ze względu na ich fundamentalne znaczenie dla zrozumienia zagadnień prezentowanych w dalszej części

książki, a w szczególności dla zrozumienia pojęć wprowadzanych w trzeciej części.

W części drugiej są przedstawione wybrane algorytmy rozwiązania problemów: algorytmy sortowania, wyszukiwania i algorytmy grafowe. Zagadnienia te są często stosowane do modelowania zjawisk i procesów z różnych dziedzin. Prezentowane problemy i algorytmy są subiektywnym wyborem autora książki.

Część trzecia zawiera pojęcia nierozstrzygalności i niedeterminizmu. Są to pojęcia teorii obliczeń i teorii złożoności niezbędne do zrozumienia ograniczeń możliwości obliczeniowych sprzętu komputerowego.

Chciałbym podziękować Panu Profesorowi Stanisławowi Janeczko za zachętę do napisania tej książki.

Warszawa, maj 2009

Władysław Homenda